



Kavitationssimulationen mit *Is1* und mögliche Weiterentwicklungen

Martin Thomas Horsch (mit Kai Langenbach, Martin Lautenschläger, etc.)

Lehrstuhl für Thermodynamik
Technische Universität Kaiserslautern

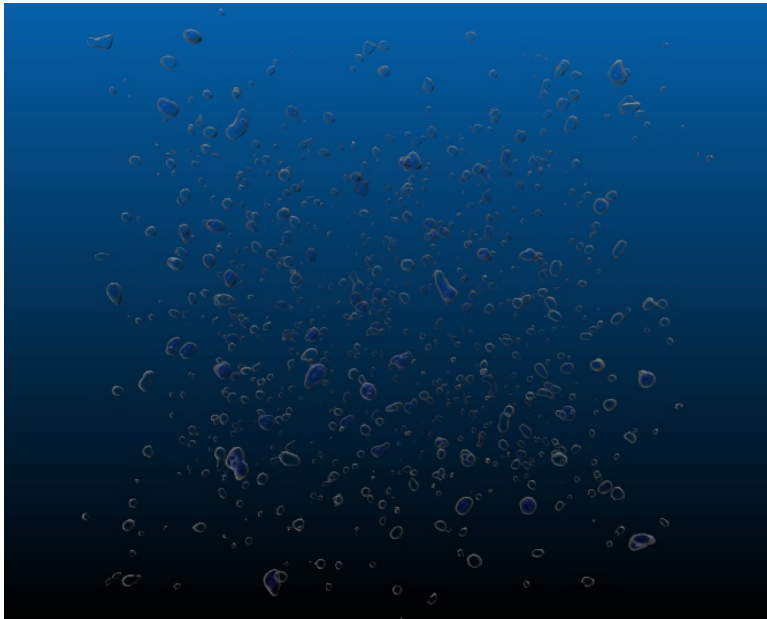


Computational
Molecular Engineering

Kaiserslautern, 27. Oktober 2016

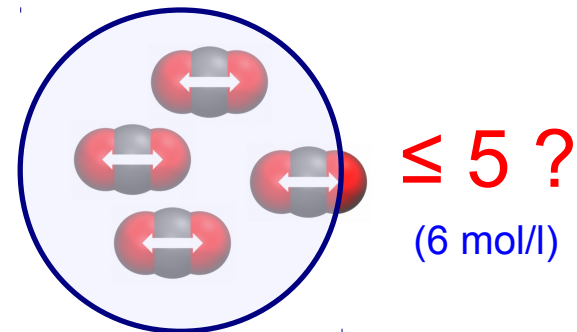


Gasdetektierung im Branch CaveatEmptor



Homogene Nukleation in
metastabilem flüssigem CO_2 :
MD-Simulation auf dem ganzen
Cluster *hermit* (HLRS, Stuttgart).

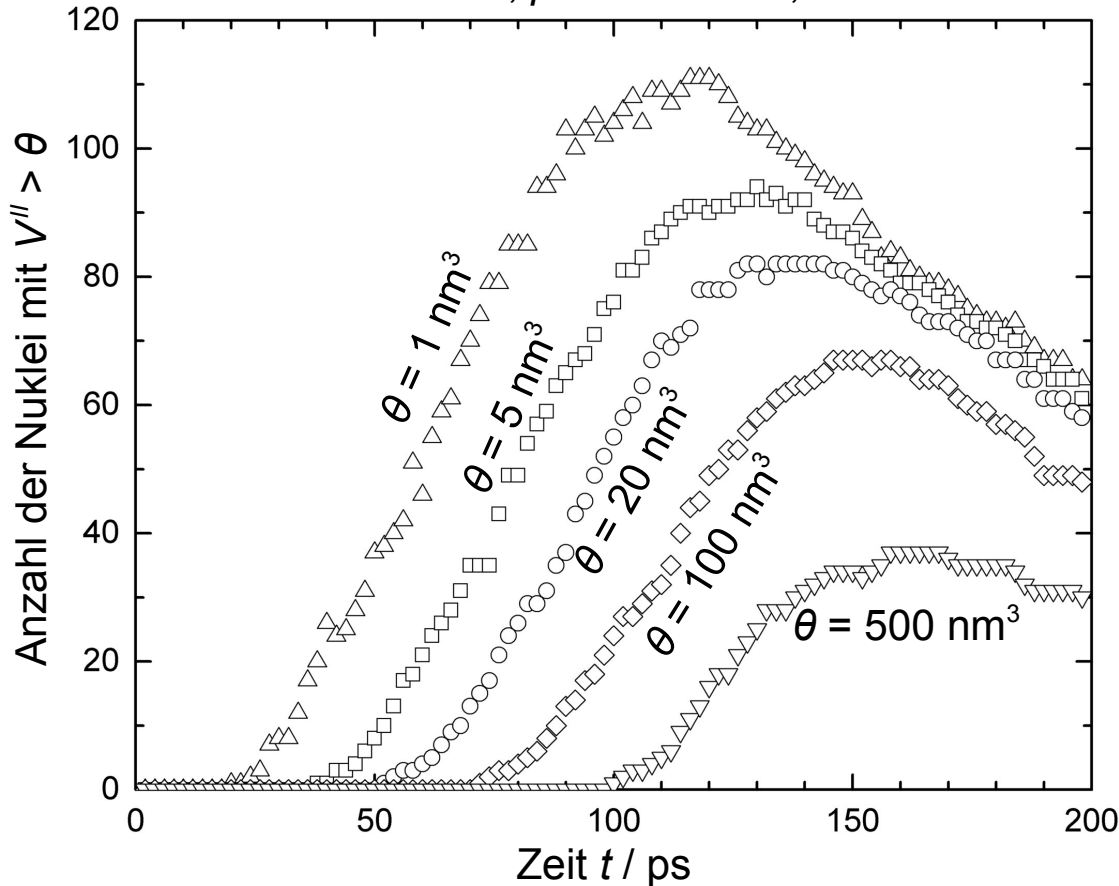
Auswertung der lokalen Dichte:



Gasphase wird detektiert, wenn ≤ 5 Moleküle sich in einem Radius von 6.9 \AA um einen der regelmäßig angeordneten Gitterpunkte befinden.

Auswertung der Kavitationssimulationen

$N = 13\,000\,000$, $\rho = 23.6$ mol/l, $T = 220$ K



Abfolge von

- Äquilibrierung,
- Nukleation,
- Wachstum
- und Reifung
(inkl. Koaleszenz).

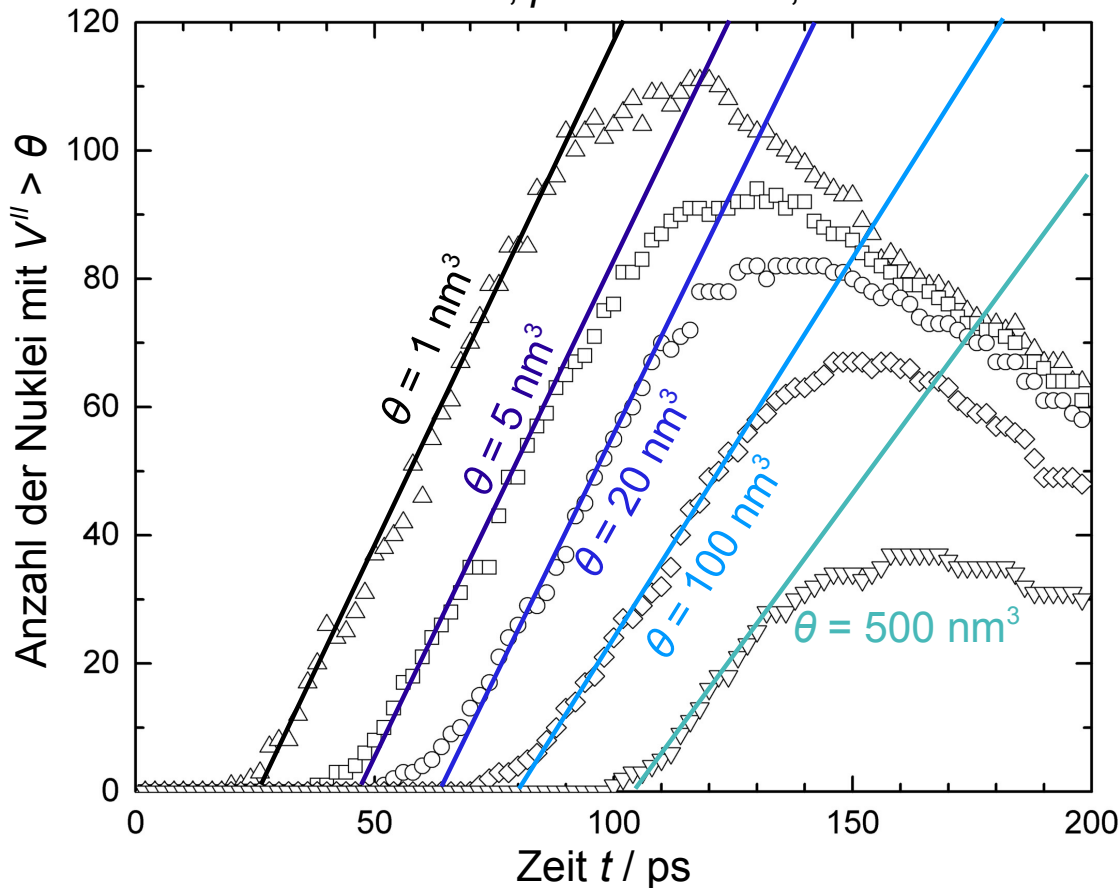
$\theta = 1, 2, 5, 10, 20, 50,$
 $100, 200$ und 500 nm^3

3CLJQ-Modell von Merker
*et al.*¹ für Kohlenstoffdioxid

¹T. Merker, C. Engin, J. Vrabec, H. Hasse, *J. Chem. Phys.* **132** (2010) 234512.

Auswertung nach Yasuoka und Matsumoto²

$N = 13\,000\,000$, $\rho = 23.6$ mol/l, $T = 220$ K



Abfolge von

- Äquilibrierung,
- Nukleation,
- Wachstum
- und Reifung
(inkl. Koaleszenz).

$\theta = 1, 2, 5, 10, 20, 50,$
 $100, 200$ und 500 nm³

3CLJQ-Modell von Merker
et al. für Kohlenstoffdioxid

²K. Yasuoka, M. Matsumoto, *J. Chem. Phys.* **109** (1989) 8463 – 8470.

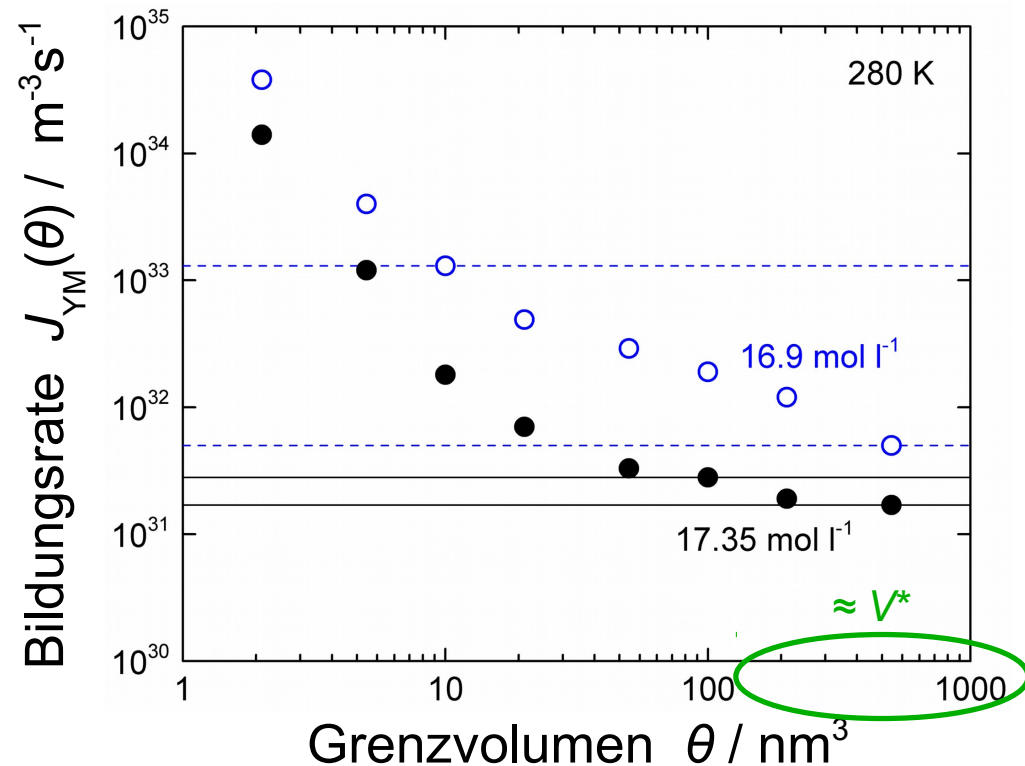
Auswertung nach Yasuoka und Matsumoto¹

Gesucht: Makroskopische Nukleationsrate $J = J(\rho, T)$

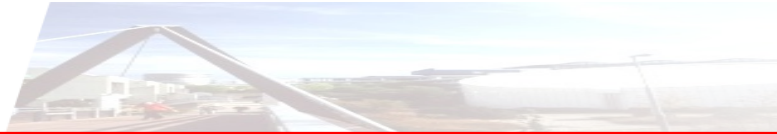
Je größer das Grenzvolumen θ , wobei Nuklei mit $V'' > \theta$ betrachtet werden, desto geringer ist die Bildungsrate $J_{YM}(\theta)$.

Ansatz von Yasuoka und Matsumoto:¹ Grenzübergang zu überkritischen Nuklei mit $\theta \gg V^*$.

In der Regel gilt $J_{YM}(V^*) \approx 2J$.

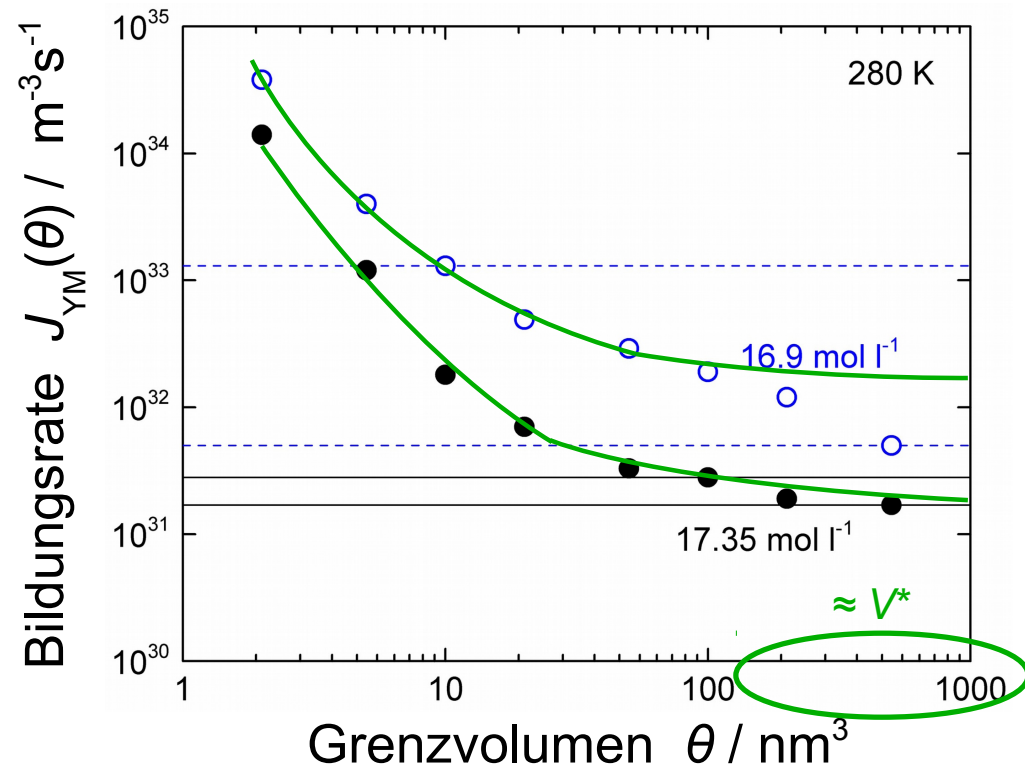


¹K. Yasuoka, M. Matsumoto, *J. Chem. Phys.* **109** (1989) 8463 – 8470.



Auswertung nach Yasuoka und Matsumoto¹

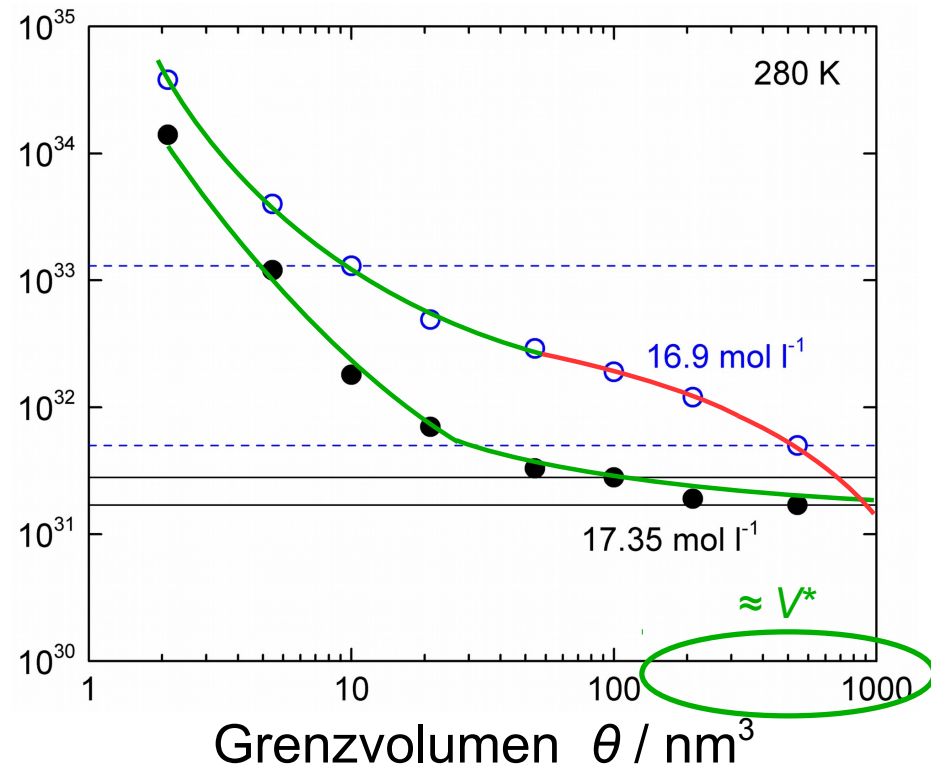
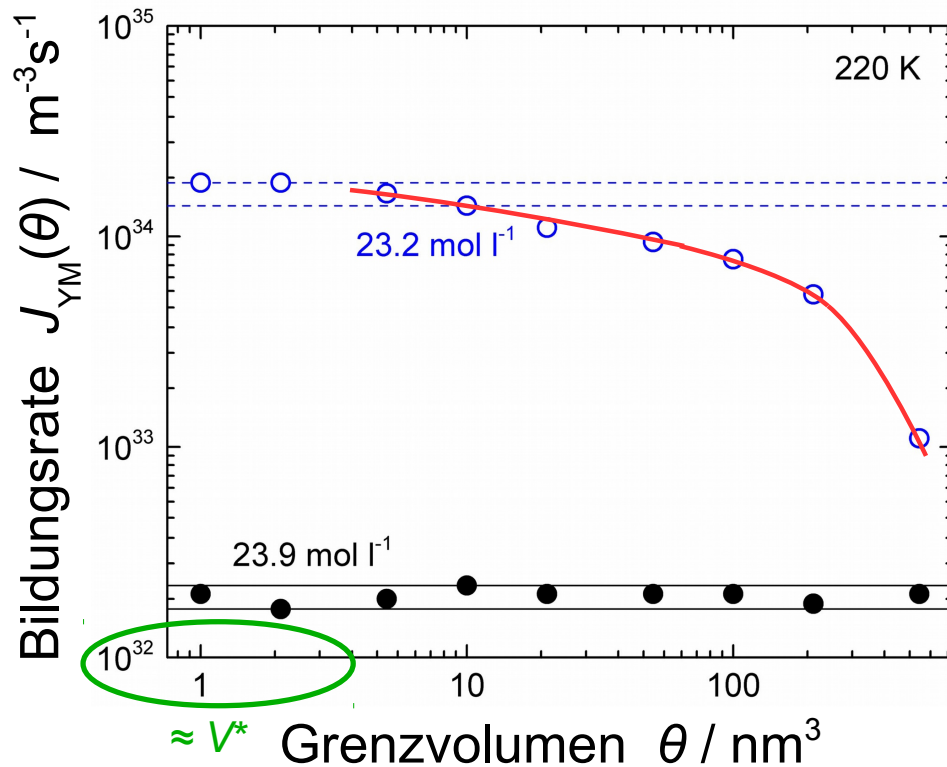
Effekt der erhöhten Bildungsrate unterkritischer Nuklei



¹K. Yasuoka, M. Matsumoto, *J. Chem. Phys.* **109** (1989) 8463 – 8470.

Auswertung nach Yasuoka und Matsumoto

Effekt der erhöhten Bildungsrate unterkritischer Nuklei

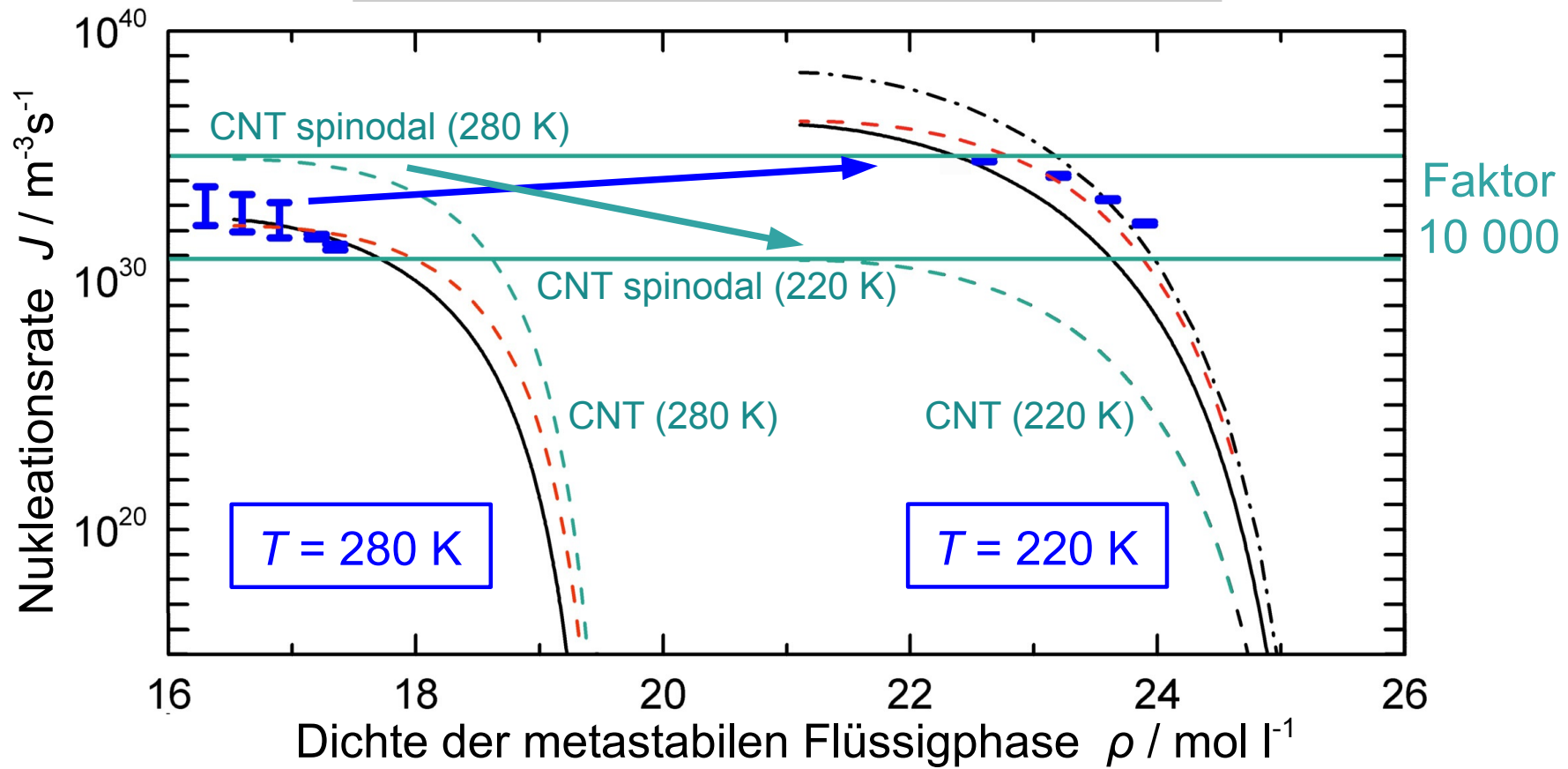


Effekt des begrenzten Gesamtvolumens der Gasphase



Klassische Nukleationstheorie (CNT)

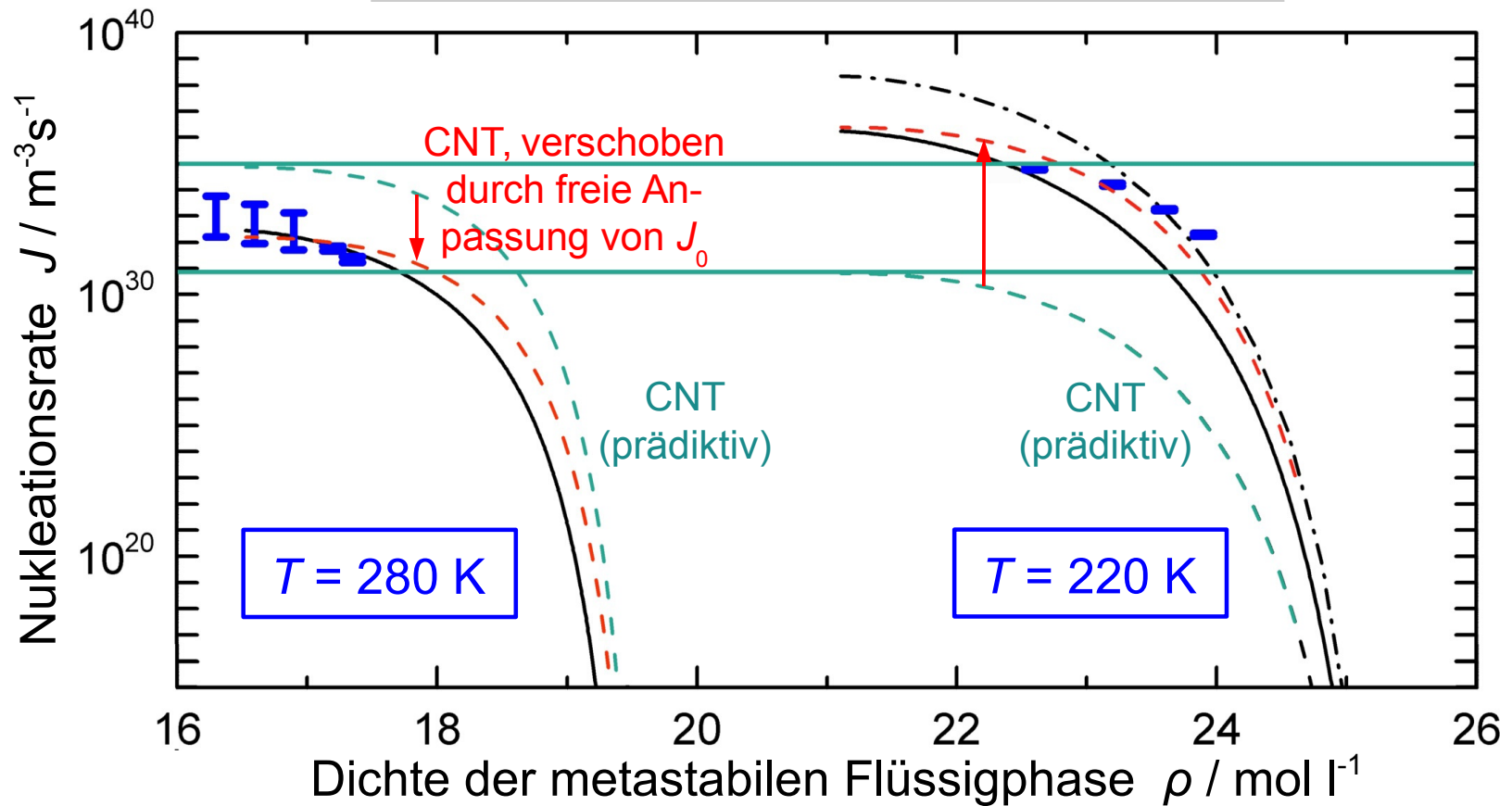
Kapillaritätsapproximation
 $\gamma = \gamma_{\text{planar}}(T)$ unabhängig vom Radius R





Hybride Theorie: Anpassung des Vorfaktors

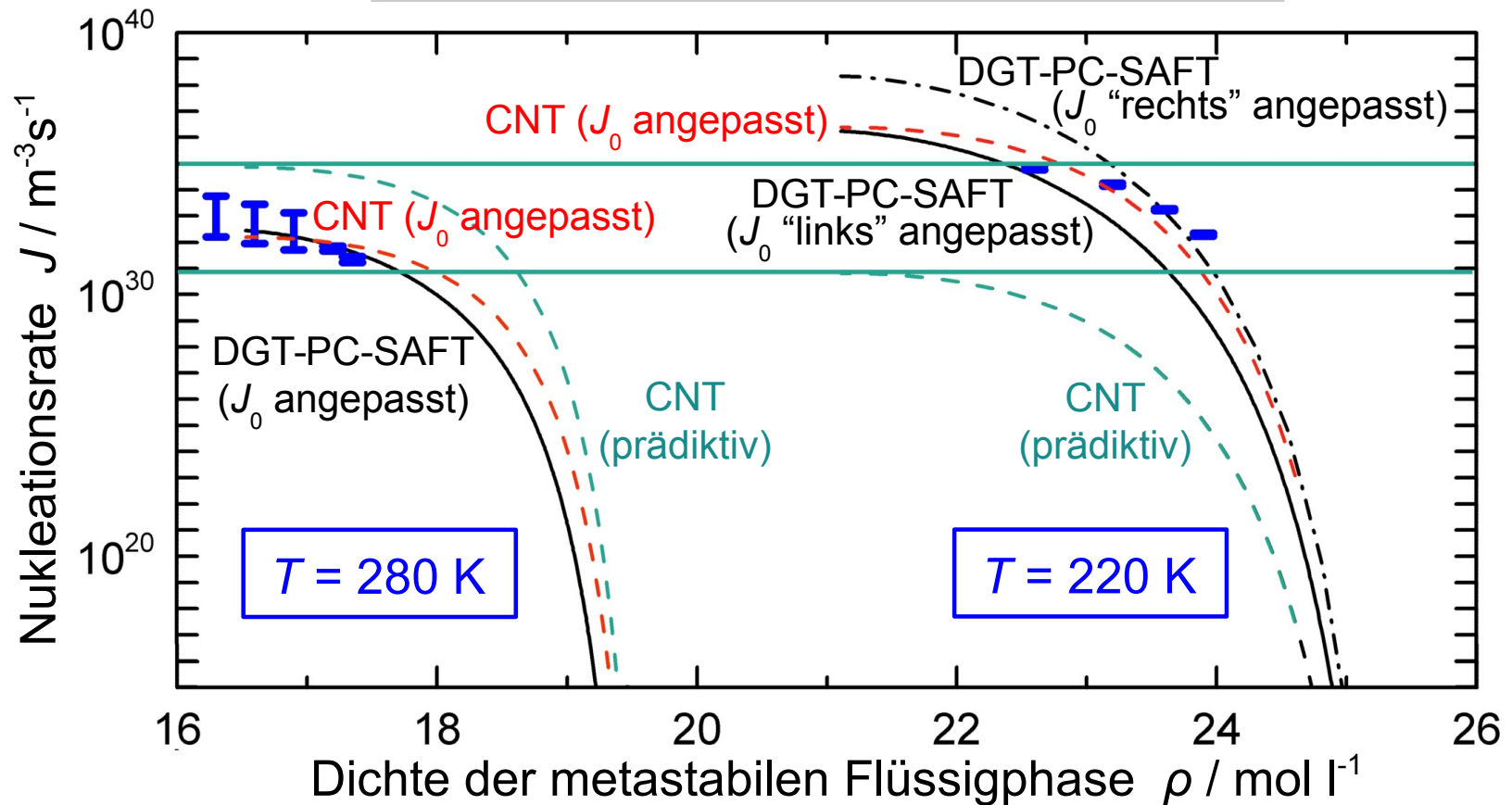
$$\text{Nukleationsrate } J = J_0 \exp\left(-\frac{\Delta A^*}{kT}\right)$$





Hybride Theorie: Anpassung des Vorfaktors

$$\text{Nukleationsrate } J = J_0 \exp\left(-\frac{\Delta A^*}{kT}\right)$$





Test-Area-Methode: Sphärische Symmetrie

Geringfügige Verzerrung “der Metrik” bei Erhalt des Volumens:

Test-Area-Methode¹

$$\alpha \approx 1 \rightarrow$$

Oberflächenänderung Δf
Freie Energieänderung ΔA

$$x, y, z \mapsto x\alpha^{1/2}, y\alpha^{1/2}, z/\alpha$$

$$\xi = (\alpha - 1)^2$$

$$\left(\frac{\Delta A}{\Delta \xi} \right)_{N, V, T} > 0$$

$$\Delta V = 0$$

$$\Delta f = 8\pi R^2 \Delta \xi / 5$$

$$y = \left(\frac{\Delta A}{\Delta f} \right)_{N, V, T}$$

¹Sampayo *et al.*, *JCP* **132** (2010) 141101.

$$\exp\left(-\frac{\Delta A}{T}\right) = \left\langle \exp\left(-\frac{\Delta U}{T}\right) \right\rangle$$



Test-Area-Methode: Sphärische Symmetrie

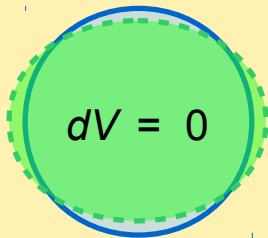
Grenzübergang zu einer infinitesimal kleinen Verzerrung:

Test-Area-Methode¹

$$\xrightarrow{\alpha \rightarrow 1}$$

Oberfläche $df / d\alpha \rightarrow 0$
Freie Energie $dA / d\alpha \rightarrow 0$

$$x, y, z \mapsto x\alpha^{1/2}, y\alpha^{1/2}, z/\alpha$$



$$df = 8\pi R^2 d\xi/5$$

$$\xi = (\alpha - 1)^2$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \xi} \right)_{N,V,T} = \langle b \rangle - \frac{1}{2T} \langle a^2 \rangle$$

$$a(\mathbf{q}) = \frac{\partial E^{\text{pot}}(\mathbf{q})}{\partial \alpha}$$

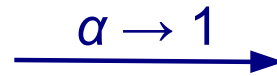
$$b(\mathbf{q}) = \frac{\partial^2 E^{\text{pot}}(\mathbf{q})}{2 \partial \alpha^2}$$

¹G. V. Lau, I. J. Ford, P. A. Hunt, E. A. Müller, G. Jackson, *J. Chem. Phys.* **142** (2015) 114701.



Virial II. Ordnung

Test-Area-Methode



Mechanischer Ausdruck für $\gamma(R)$

Virial erster Ordnung:

$$\Pi^I = - \sum_{ij} \mathbf{r}_{ij} \nabla u_{ij}$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \xi} \right)_{N,V,T} = \langle b \rangle - \frac{1}{2T} \langle a^2 \rangle$$

$$2a^2(\mathbf{q}) = (\Pi_{xx}^I)^2 + (\Pi_{yy}^I)^2 + (\Pi_{zz}^I)^2 - (\Pi_{xx}^I \Pi_{yy}^I + \Pi_{xx}^I \Pi_{zz}^I + \Pi_{yy}^I \Pi_{zz}^I)$$

$$2b(\mathbf{q}) = -\Pi^I + \Pi^{II} - (\Pi_{xy}^{II} + \Pi_{xz}^{II} + \Pi_{yz}^{II})$$

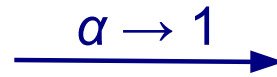
Virial zweiter Ordnung Π^{II} .



Virial II. Ordnung im Branch CaveatEmptor

In Branch CaveatEmptor ...

Test-Area-Methode



Mechanischer Ausdruck für $\gamma(R)$

Virial erster Ordnung:

$$\Pi^I = - \sum_{ij} \mathbf{r}_{ij} \nabla u_{ij}$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \xi} \right)_{N,V,T} = \langle b \rangle - \frac{1}{2T} \langle a^2 \rangle$$

$$2a^2(\mathbf{q}) = (\Pi_{xx}^I)^2 + (\Pi_{yy}^I)^2 + (\Pi_{zz}^I)^2 - (\Pi_{xx}^I \Pi_{yy}^I + \Pi_{xx}^I \Pi_{zz}^I + \Pi_{yy}^I \Pi_{zz}^I)$$

$$2b(\mathbf{q}) = -\Pi^I + \Pi^{II} - (\Pi_{xy}^{II} + \Pi_{xz}^{II} + \Pi_{yz}^{II})$$

Virial zweiter Ordnung Π^{II} enthält Beiträge von du/dr und von d^2u/dr^2 .

Hier: nur LJ-Potential, ohne LRC-Beitrag (Anwendungsfall LJTS).



Zusammenfassung

Die Kapillaritätsapproximation (Oberflächenspannung γ unabhängig vom Radius R) versagt für kleine Gasblasen, d.h. für den Übergang von homogener Nukleation zur spontanen Spinodaldekomposition.

Die Abhängigkeit $\gamma(R)$ muss berücksichtigt werden. Eine phänomenologische Betrachtung legt z.B. nahe, dass $\gamma \rightarrow 0$ für $R \rightarrow 0$ gilt.

Es ist bekannt, dass mechanische, auf dem Virial beruhende Methoden für gekrümmte Grenzflächen eine falsche Oberflächenspannung ergeben.

Auf Grundlage der Arbeiten von Lau *et al.* kann ein mechanischer Ansatz höherer Ordnung formuliert werden.



**Computational
Molecular Engineering**