



Kavitationssimulationen mit *Is1* und mögliche Weiterentwicklungen

Martin Thomas Horsch (mit Kai Langenbach, Martin Lautenschläger, etc.)

Lehrstuhl für Thermodynamik
Technische Universität Kaiserslautern

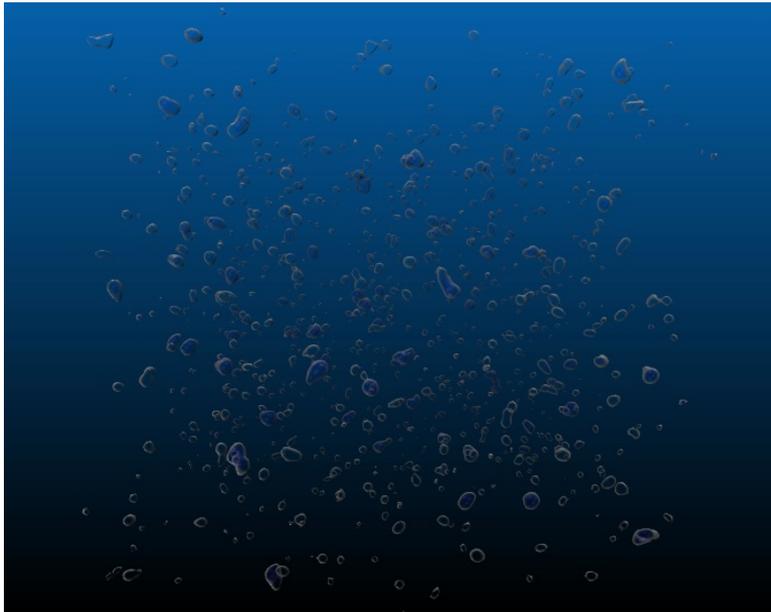


**Computational
Molecular Engineering**

Kaiserslautern, 27. Oktober 2016

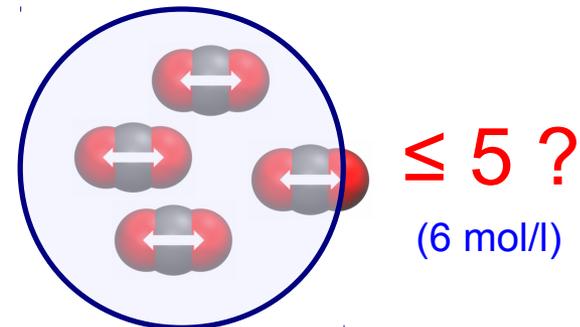


Gasdetektierung im Branch CaveatEmptor



Homogene Nukleation in
 metastabilem flüssigem CO_2 :
 MD-Simulation auf dem ganzen
 Cluster *hermit* (HLRS, Stuttgart).

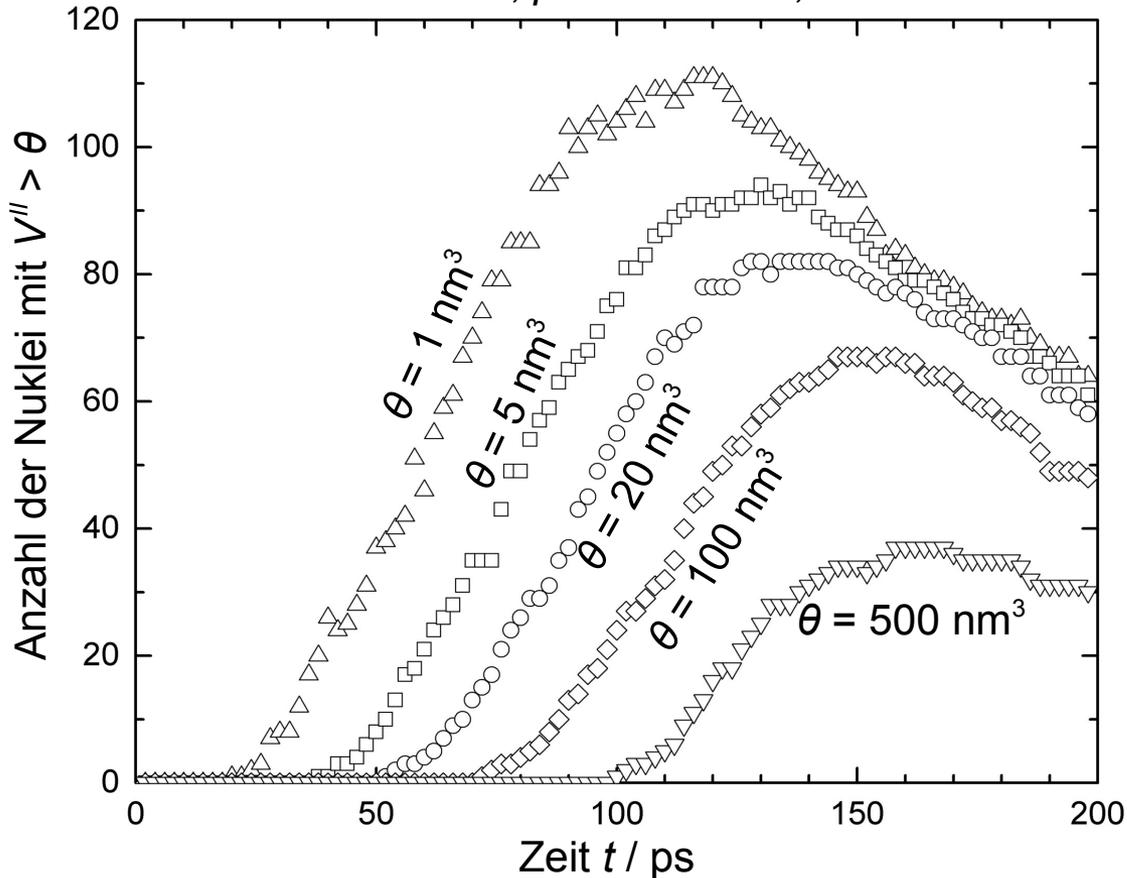
Auswertung der lokalen Dichte:



Gasphase wird detektiert, wenn ≤ 5 Moleküle sich in einem Radius von 6.9 \AA um einen der regelmäßig angeordneten Gitterpunkte befinden.

Auswertung der Kavitationssimulationen

$N = 13\,000\,000$, $\rho = 23.6$ mol/l, $T = 220$ K



Abfolge von

- Äquilibrierung,
- Nukleation,
- Wachstum
- und Reifung (inkl. Koaleszenz).

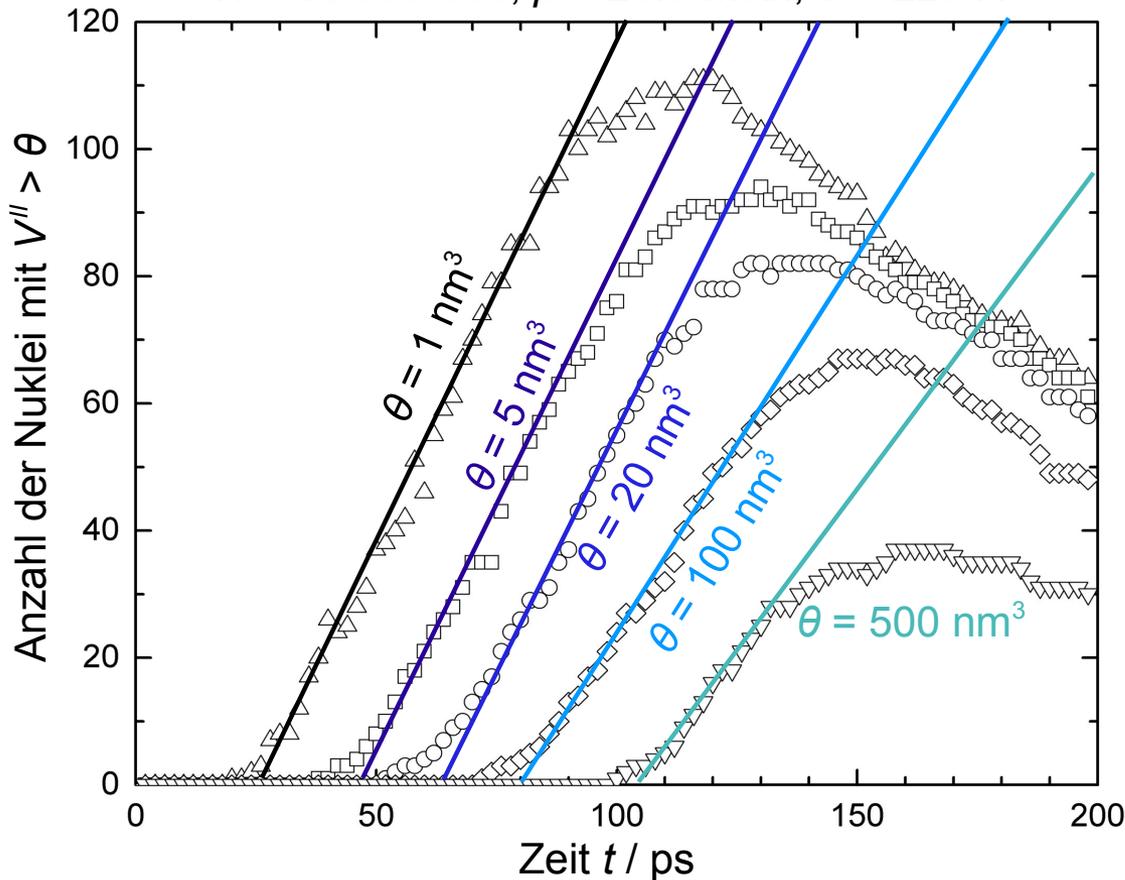
$\theta = 1, 2, 5, 10, 20, 50,$
 $100, 200$ und 500 nm^3

3CLJQ-Modell von Merker
*et al.*¹ für Kohlenstoffdioxid

¹T. Merker, C. Engin, J. Vrabec, H. Hasse, *J. Chem. Phys.* **132** (2010) 234512.

Auswertung nach Yasuoka und Matsumoto²

$N = 13\,000\,000$, $\rho = 23.6$ mol/l, $T = 220$ K



Abfolge von

- Äquilibrierung,
- Nukleation,
- Wachstum
- und Reifung
(inkl. Koaleszenz).

$\theta = 1, 2, 5, 10, 20, 50,$
 $100, 200$ und 500 nm³

3CLJQ-Modell von Merker
et al. für Kohlenstoffdioxid

²K. Yasuoka, M. Matsumoto, *J. Chem. Phys.* **109** (1989) 8463 – 8470.

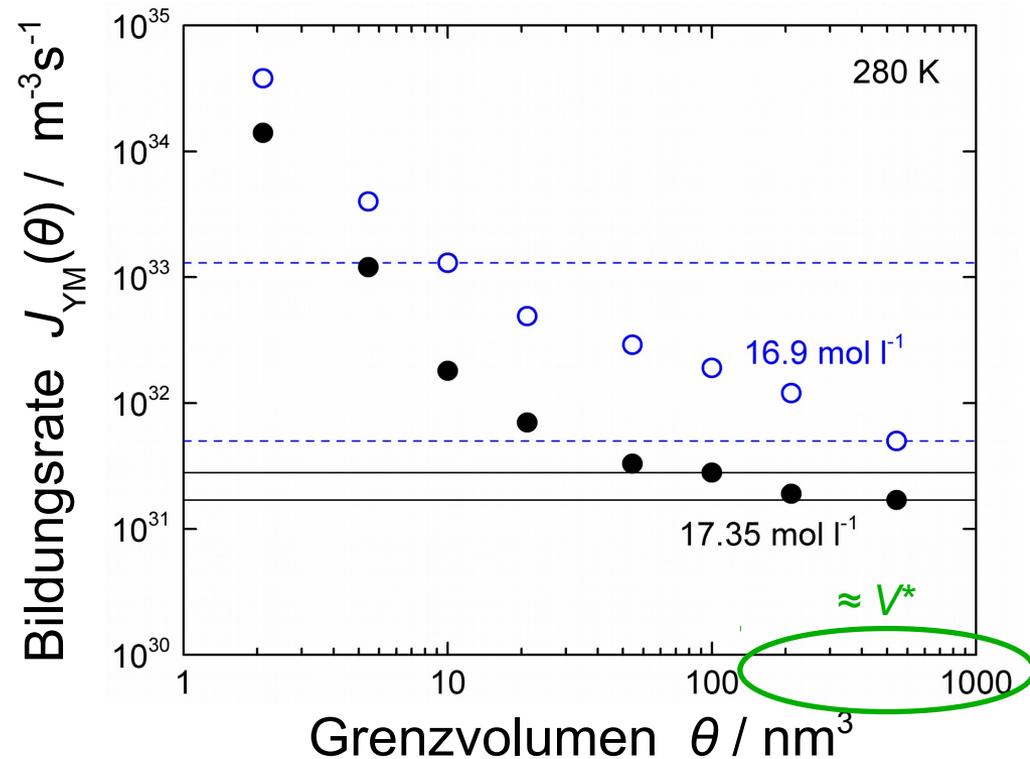
Auswertung nach Yasuoka und Matsumoto¹

Gesucht: Makroskopische Nukleationsrate $J = J(\rho, T)$

Je größer das Grenzvolumen θ , wobei Nuklei mit $V'' > \theta$ betrachtet werden, desto geringer ist die Bildungsrate $J_{YM}(\theta)$.

Ansatz von Yasuoka und Matsumoto:¹ Grenzübergang zu überkritischen Nuklei mit $\theta \gg V^*$.

In der Regel gilt $J_{YM}(V^*) \approx 2J$.

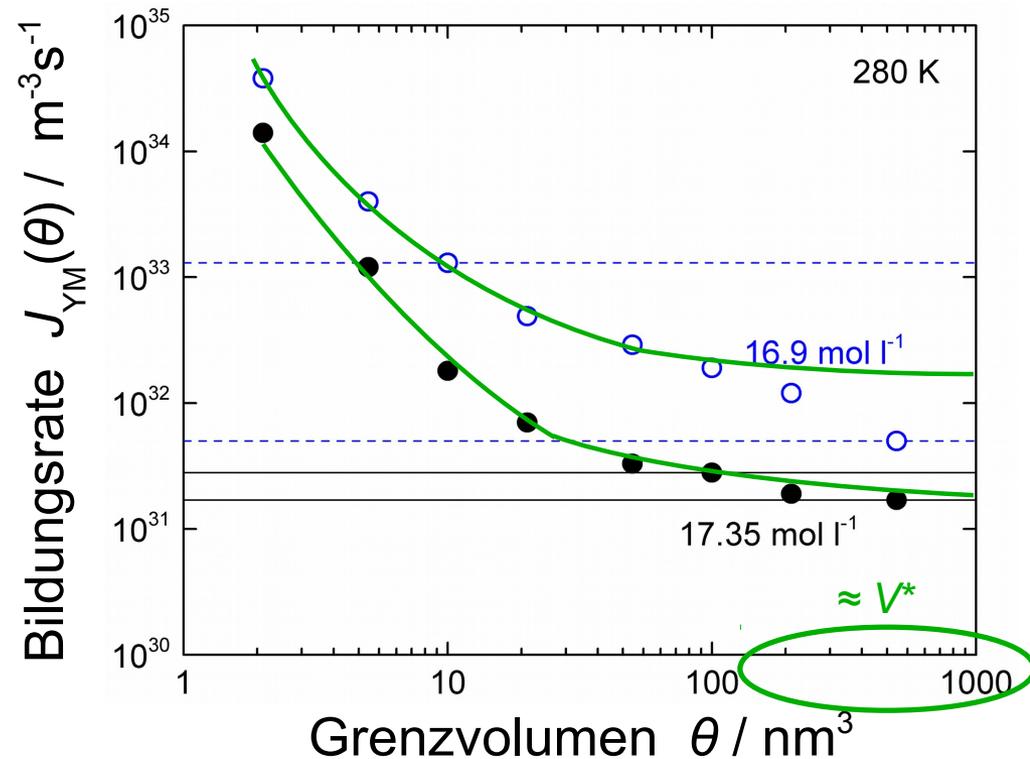


¹K. Yasuoka, M. Matsumoto, *J. Chem. Phys.* **109** (1989) 8463 – 8470.



Auswertung nach Yasuoka und Matsumoto¹

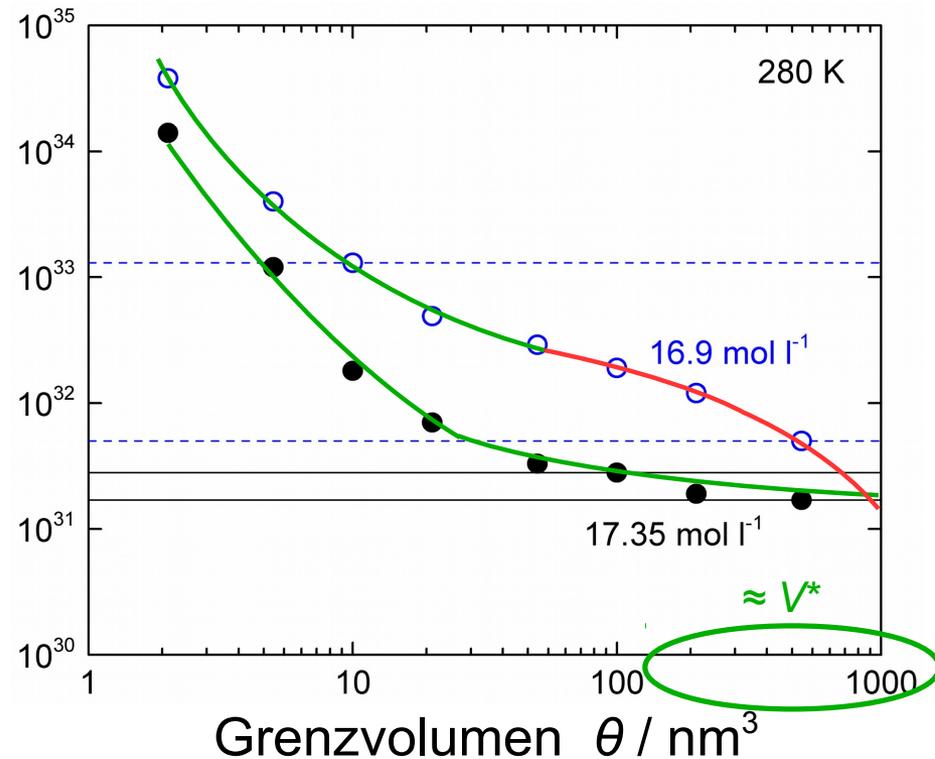
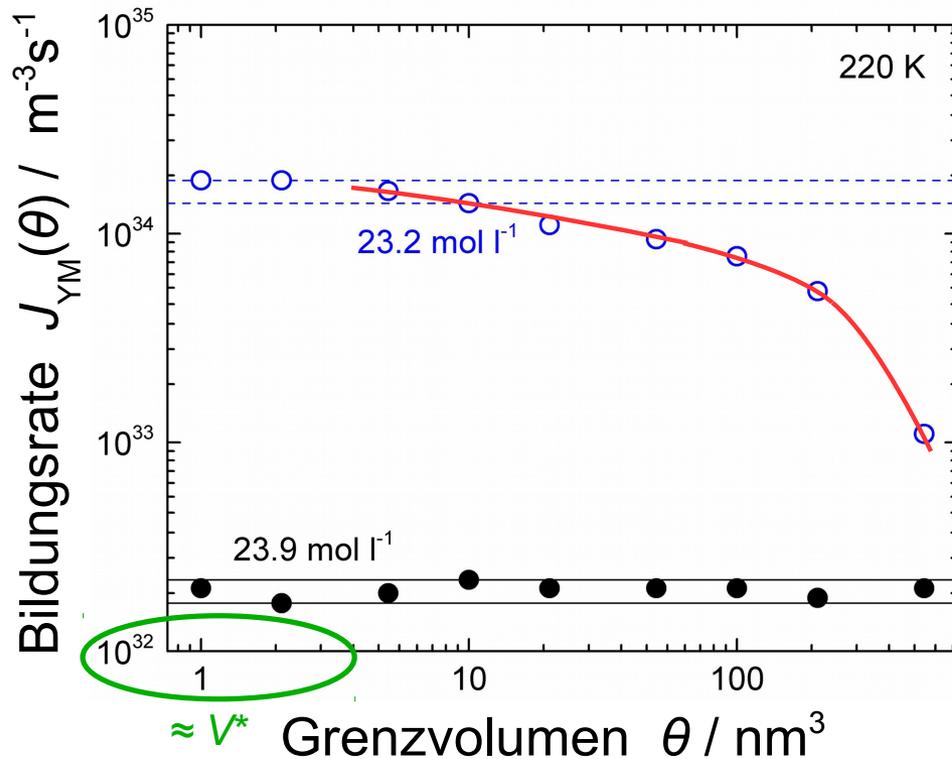
Effekt der erhöhten Bildungsrate unterkritischer Nuklei



¹K. Yasuoka, M. Matsumoto, *J. Chem. Phys.* **109** (1989) 8463 – 8470.

Auswertung nach Yasuoka und Matsumoto

Effekt der erhöhten Bildungsrate unterkritischer Nuklei

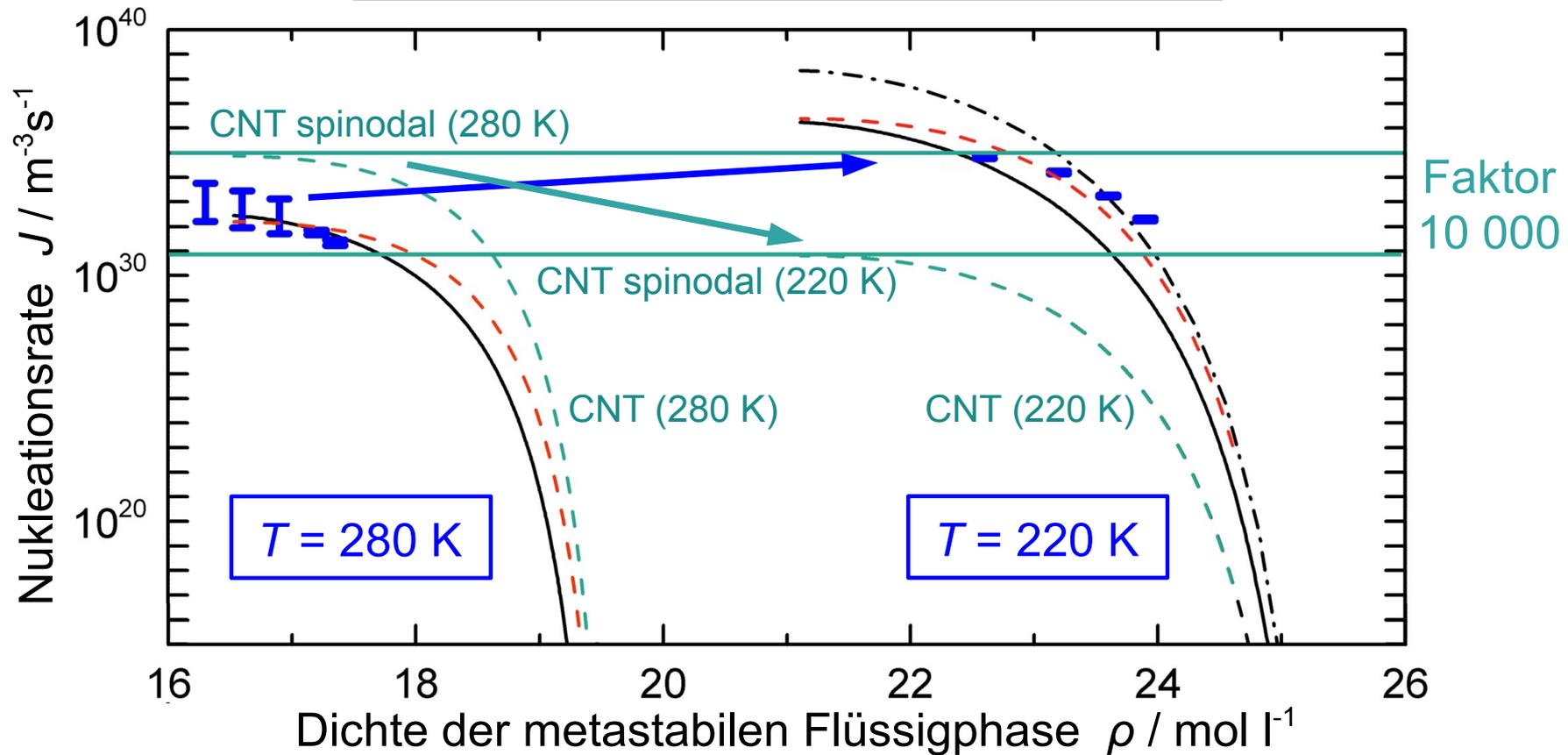


Effekt des begrenzten Gesamtvolumens der Gasphase



Klassische Nukleationstheorie (CNT)

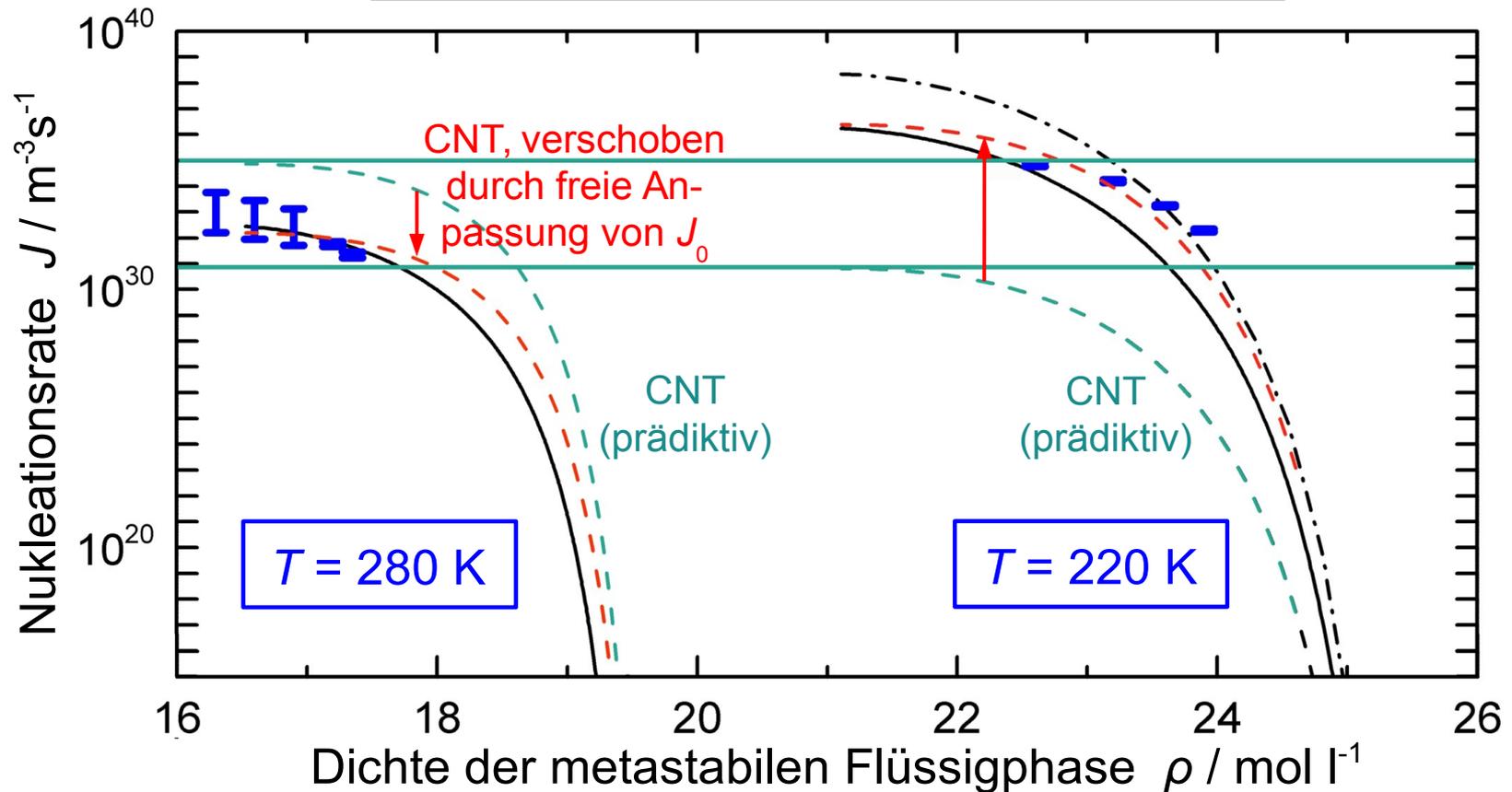
Kapillaritätsapproximation
 $\gamma = \gamma_{\text{planar}}(T)$ unabhängig vom Radius R





Hybride Theorie: Anpassung des Vorfaktors

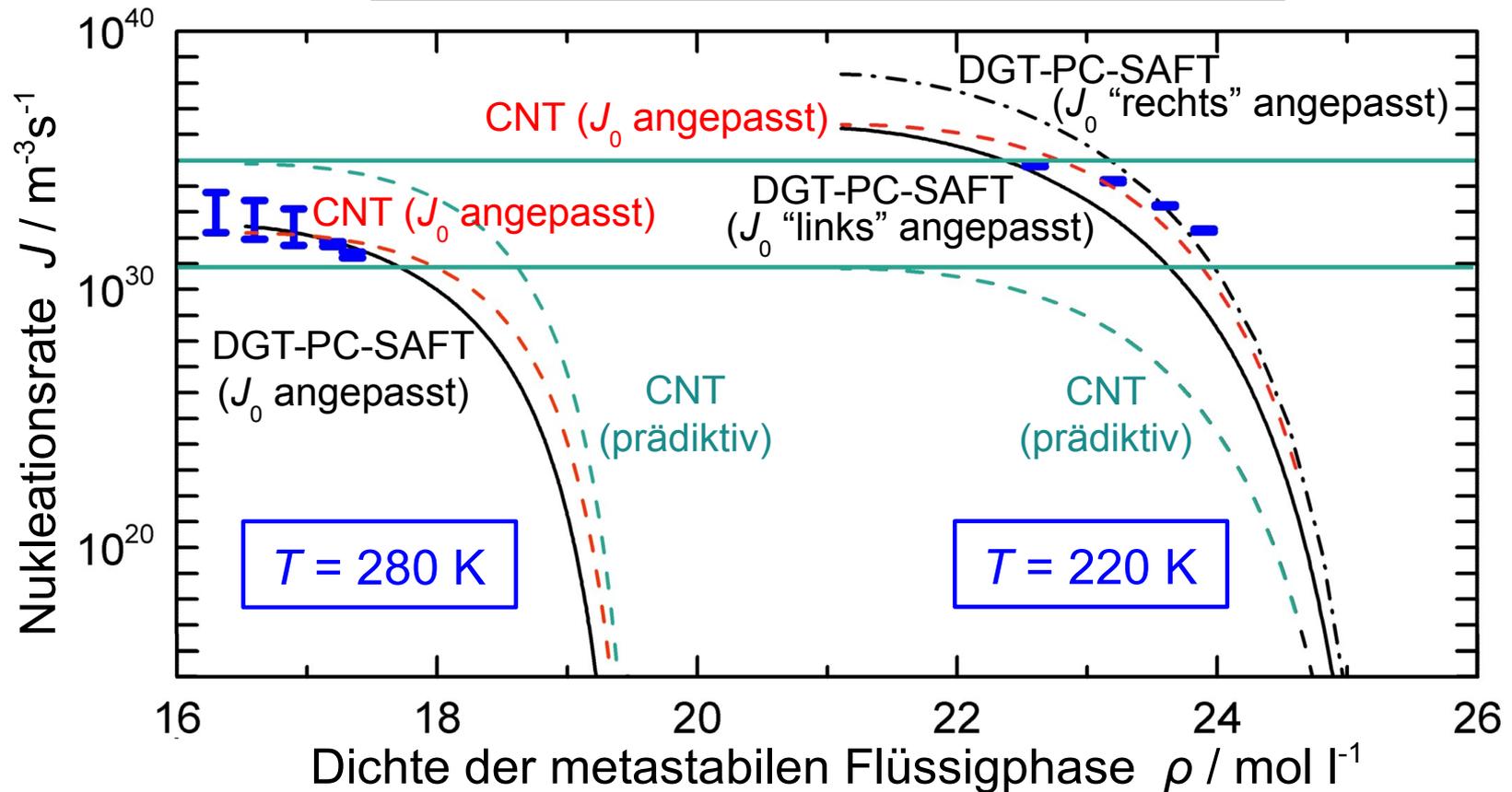
$$\text{Nukleationsrate } J = J_0 \exp\left(-\frac{\Delta A^*}{kT}\right)$$





Hybride Theorie: Anpassung des Vorfaktors

$$\text{Nukleationsrate } J = J_0 \exp\left(-\frac{\Delta A^*}{kT}\right)$$





Test-Area-Methode: Sphärische Symmetrie

Geringfügige Verzerrung “der Metrik” bei Erhalt des Volumens:

Test-Area-Methode¹

$$\alpha \approx 1 \rightarrow$$

Oberflächenänderung Δf
Freie Energieänderung ΔA

$$x, y, z \mapsto x\alpha^{1/2}, y\alpha^{1/2}, z/\alpha$$

$$\xi = (\alpha - 1)^2$$

$$\left(\frac{\Delta A}{\Delta \xi} \right)_{N, V, T} > 0$$

$$\Delta V = 0$$

$$\Delta f = 8\pi R^2 \Delta \xi / 5$$

$$y = \left(\frac{\Delta A}{\Delta f} \right)_{N, V, T}$$

¹Sampayo *et al.*, *JCP* **132** (2010) 141101.

$$\exp\left(-\frac{\Delta A}{T}\right) = \left\langle \exp\left(-\frac{\Delta U}{T}\right) \right\rangle$$



Test-Area-Methode: Sphärische Symmetrie

Grenzübergang zu einer infinitesimal kleinen Verzerrung:

Test-Area-Methode¹

$$\alpha \rightarrow 1 \rightarrow$$

Oberfläche $df / d\alpha \rightarrow 0$
Freie Energie $dA / d\alpha \rightarrow 0$

$$x, y, z \mapsto x\alpha^{1/2}, y\alpha^{1/2}, z/\alpha$$

$$dV = 0$$

$$df = 8\pi R^2 d\xi/5$$

$$\xi = (\alpha - 1)^2$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \xi} \right)_{N,V,T} = \langle b \rangle - \frac{1}{2T} \langle a^2 \rangle$$

$$a(\mathbf{q}) = \frac{\partial E^{\text{pot}}(\mathbf{q})}{\partial \alpha}$$

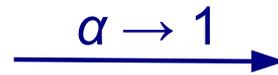
$$b(\mathbf{q}) = \frac{\partial^2 E^{\text{pot}}(\mathbf{q})}{2 \partial \alpha^2}$$

¹G. V. Lau, I. J. Ford, P. A. Hunt, E. A. Müller, G. Jackson, *J. Chem. Phys.* **142** (2015) 114701.



Virial II. Ordnung

Test-Area-Methode



Mechanischer Ausdruck für $\gamma(R)$

Virial erster Ordnung:

$$\Pi^I = - \sum_{ij} \mathbf{r}_{ij} \nabla u_{ij}$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \xi} \right)_{N,V,T} = \langle b \rangle - \frac{1}{2T} \langle a^2 \rangle$$

$$2a^2(\mathbf{q}) = (\Pi_{xx}^I)^2 + (\Pi_{yy}^I)^2 + (\Pi_{zz}^I)^2 - (\Pi_{xx}^I \Pi_{yy}^I + \Pi_{xx}^I \Pi_{zz}^I + \Pi_{yy}^I \Pi_{zz}^I)$$

$$2b(\mathbf{q}) = -\Pi^I + \Pi^{II} - (\Pi_{xy}^{II} + \Pi_{xz}^{II} + \Pi_{yz}^{II})$$

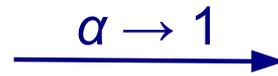
Virial zweiter Ordnung Π^{II} .



Virial II. Ordnung im Branch CaveatEmptor

In Branch CaveatEmptor ...

Test-Area-Methode



Mechanischer Ausdruck für $\gamma(R)$

Virial erster Ordnung:

$$\Pi^I = - \sum_{ij} \mathbf{r}_{ij} \nabla u_{ij}$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \xi} \right)_{N,V,T} = \langle b \rangle - \frac{1}{2T} \langle a^2 \rangle$$

$$2a^2(\mathbf{q}) = (\Pi_{xx}^I)^2 + (\Pi_{yy}^I)^2 + (\Pi_{zz}^I)^2 - (\Pi_{xx}^I \Pi_{yy}^I + \Pi_{xx}^I \Pi_{zz}^I + \Pi_{yy}^I \Pi_{zz}^I)$$

$$2b(\mathbf{q}) = -\Pi^I + \Pi^{II} - (\Pi_{xy}^{II} + \Pi_{xz}^{II} + \Pi_{yz}^{II})$$

Virial zweiter Ordnung Π^{II} enthält Beiträge von du/dr und von d^2u/dr^2 .

Hier: nur LJ-Potential, ohne LRC-Beitrag (Anwendungsfall LJTS).



Zusammenfassung

Die Kapillaritätsapproximation (Oberflächenspannung γ unabhängig vom Radius R) versagt für kleine Gasblasen, d.h. für den Übergang von homogener Nukleation zur spontanen Spinodaldekomposition.

Die Abhängigkeit $\gamma(R)$ muss berücksichtigt werden. Eine phänomenologische Betrachtung legt z.B. nahe, dass $\gamma \rightarrow 0$ für $R \rightarrow 0$ gilt.

Es ist bekannt, dass mechanische, auf dem Virial beruhende Methoden für gekrümmte Grenzflächen eine falsche Oberflächenspannung ergeben.

Auf Grundlage der Arbeiten von Lau *et al.* kann ein mechanischer Ansatz höherer Ordnung formuliert werden.



**Computational
Molecular Engineering**